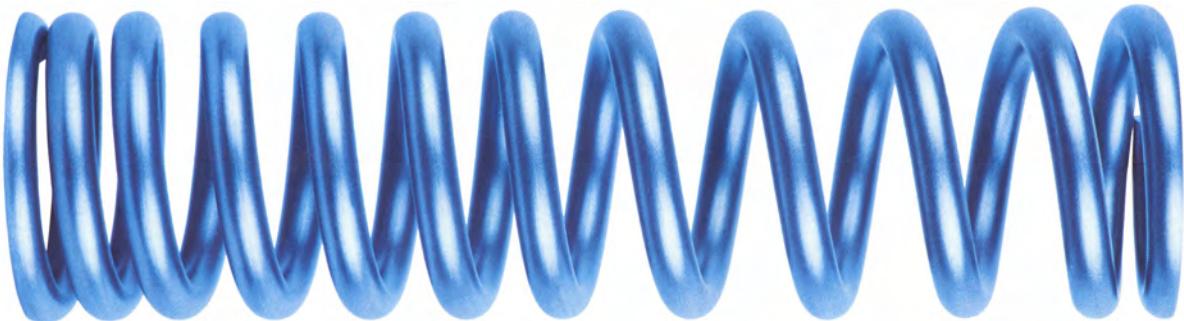


# Nastavna jedinica: OPRUGE-PRUŽINI-FEDERI (elementi za spajanje → rastavljivi spojevi)



S. Zelenika

KEI 7.ppt

## Definicija:

*Opruge:* svršishodnim oblikovanjem i upotrebom visokoelastičnih materijala mogu mehanički rad elastičnom deformacijom pretvoriti u potencijalnu energiju te, vraćanjem u prvobitni oblik, ponovno potencijalnu energiju pretvoriti u mehanički rad.

S. Zelenika

KEI 7.ppt

Mogu se *koristiti* za:

- akumuliranje energije;
- vraćanje u prvobitni položaj;
- ublažavanje udaraca i vibracija;
- ravnomjernu raspodjelu opterećenja;
- za ograničavanje sile;
- za mjerenje sile;
- za regulaciju sile.

Opružna funkcija: mehanički, pneumatski, hidraulički, magnetski ili elektromagnetski.

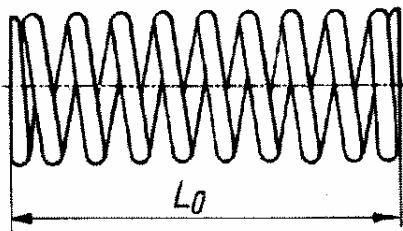
Razvoj opruga:

- 4500 god. p.n.e.: drveni luk za strelice
- 1500 god. p.n.e.: prve metalne (brončane) opruge
- 1400.: prve spiralne opruge
- 1726.: opružne vase od bronce
- 1857.: H. Besemer razvija postupak dobivanja Č – prve čelične opruge
- ~ 1880.: razvijen postupak “patentiranja” (izvlačenja) žice – češća upotreba
- ~ 1900.: industrijska proizvodnja opruga
- ~ 1910.: specijalizirani pogoni za proizvodnju opruga – automati

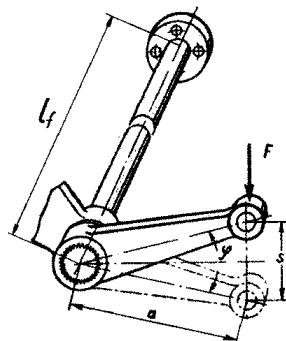
*Podjela prema vrsti naprezanja u materijalu:*

## 1. Torzijske opruge:

### 1.1. Zavojne



### 1.2. Ravni torzijski štapovi

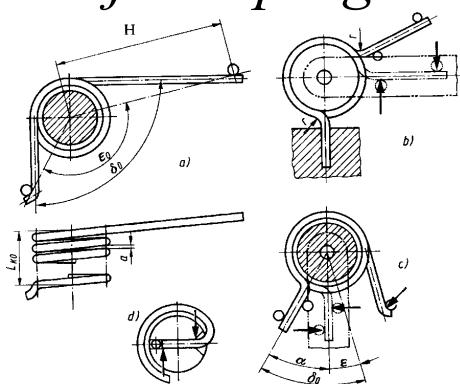


S. Zelenika

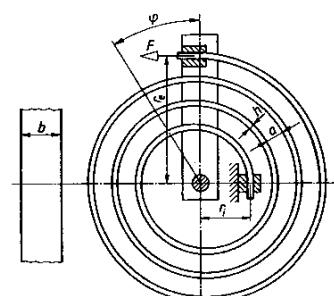
KEI 7.ppt

## 2. Fleksijske opruge (opterećene na savijanje):

### 2.1. Zavojna fleksijska opruga:



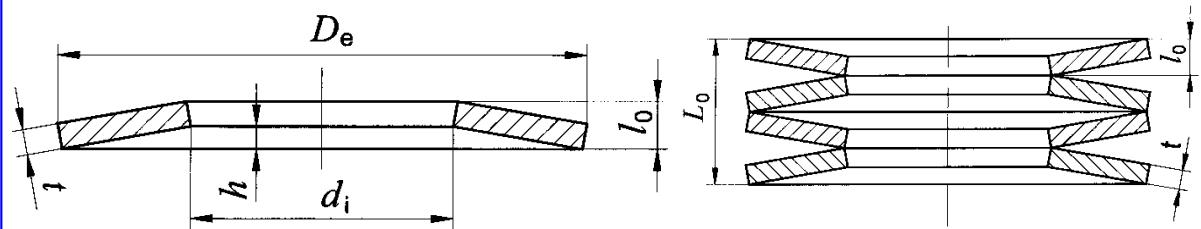
### 2.2. Spiralna fleksijska opruga (satovi):



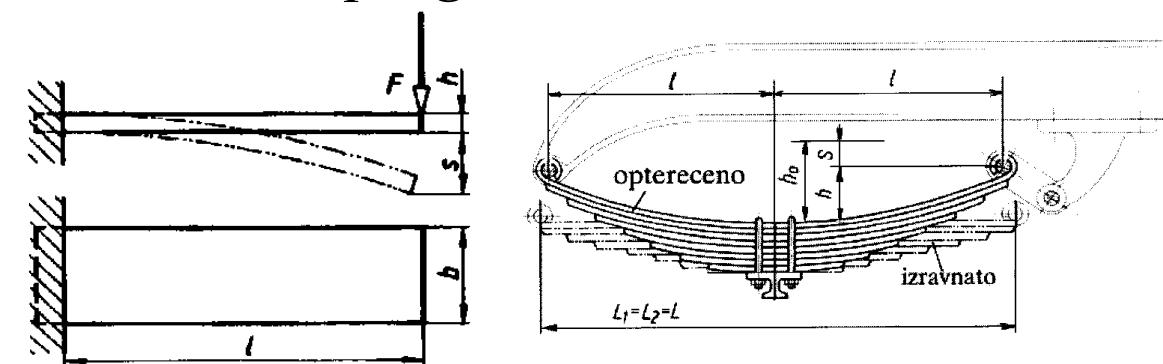
S. Zelenika

KEI 7.ppt

## 2.3. Tanjuraste (belleville) opruge:

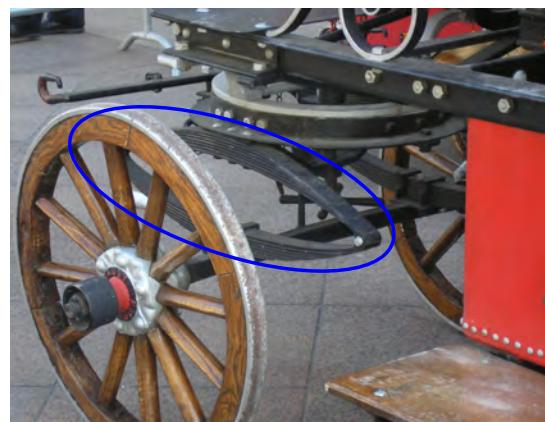


## 2.4. Lisnate opruge:



S. Zelenika

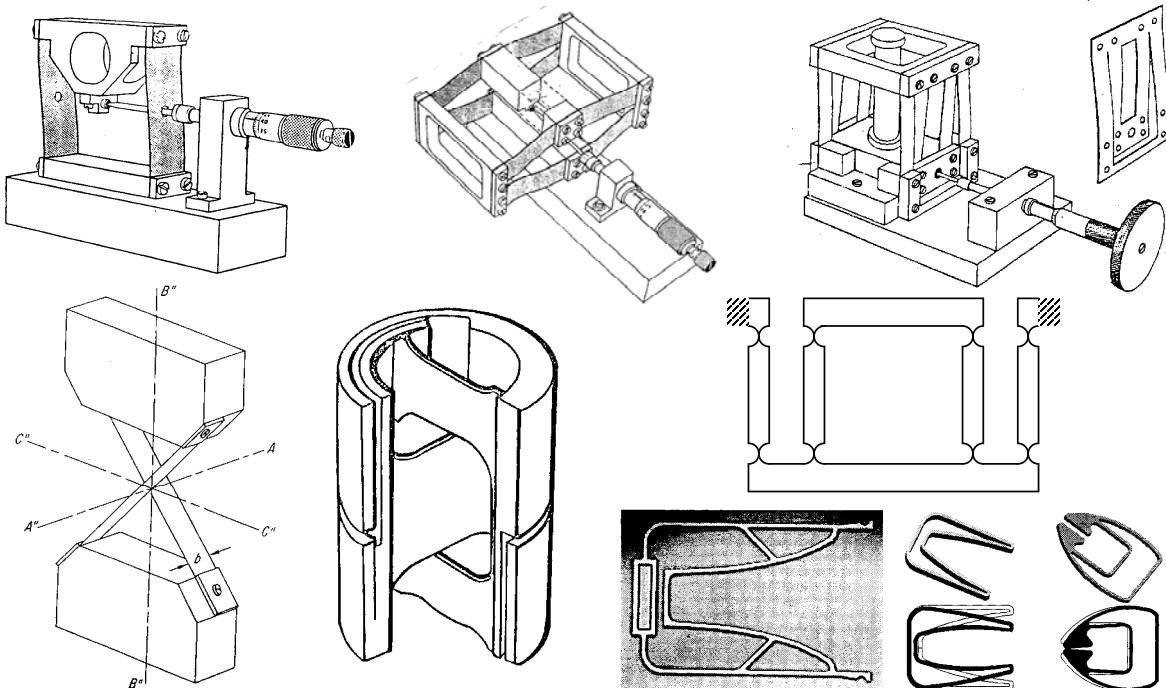
KEI 7.ppt



S. Zelenika

KEI 7.ppt

## PODATLJIVI ELEMENTI



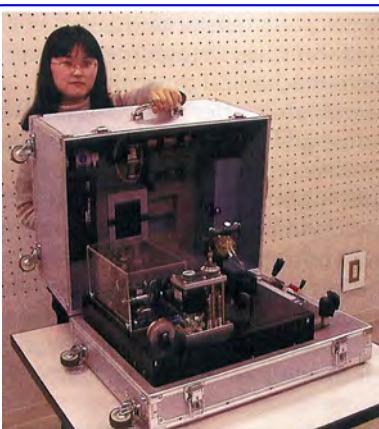
[Slocum, Prec. Machine Design, Prentice Hall, 1992] [Howell, Compliant Mech., Wiley, 2001]

[Smith et al., Found. of Ultraprecision Mech. Des., Gordon & Breach, 1992]

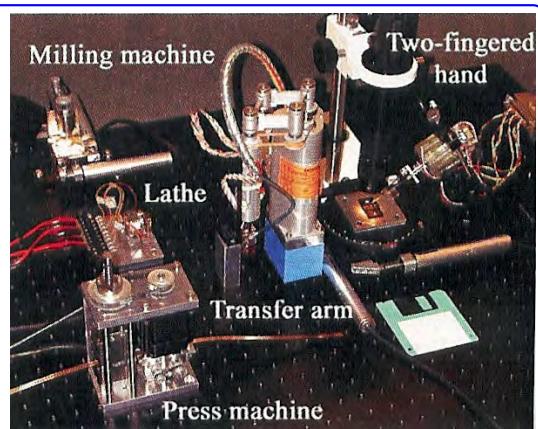
[Smith, Flexures, Gordon & Breach, 2000] [Kim, Korea Inst. Tech, 2000] [Henein, EPFL, 2000]

S. Zelenika

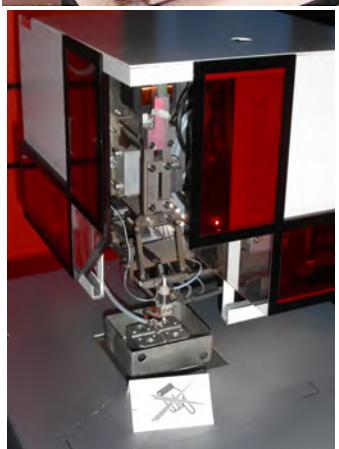
KEI 7.ppt



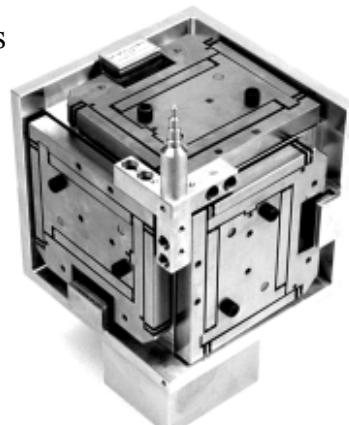
'Desktop' tvornica  
(63 x 49 x 38 cm,  
34 kg)



Prototip novog 6 DOFs  
manipulatora (nano -  
tvornica)



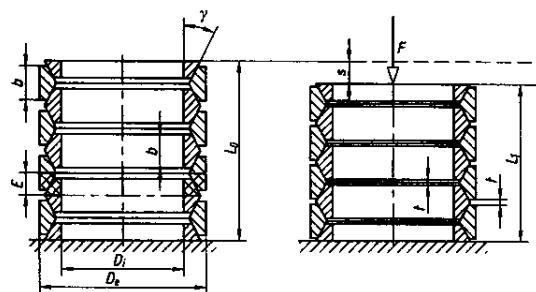
Prototip nove  
generacije elektro-  
erozijskih strojeva



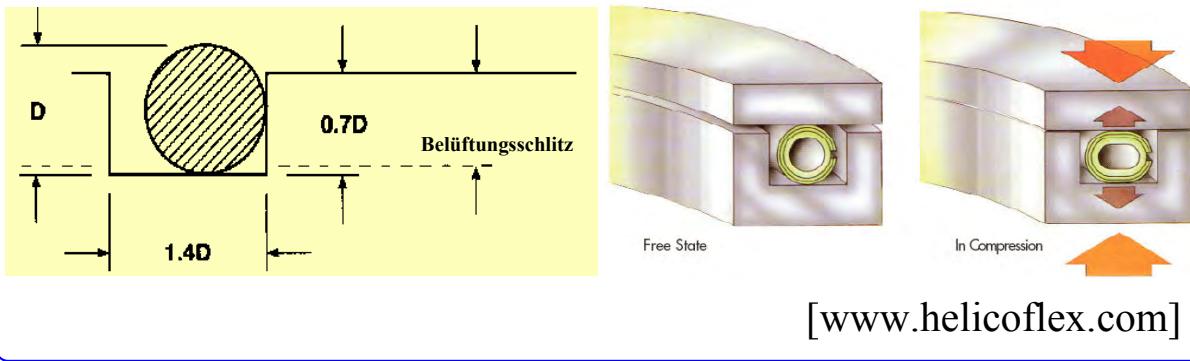
S. Zelenika

KEI 7.ppt

### 3. Vlačno-tlačne opruge:



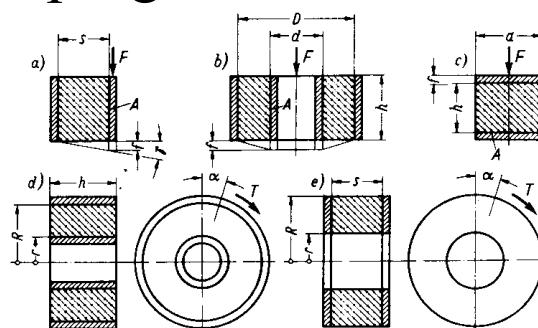
Prstenaste opruge za brtvljenje u vakuumskoj tehnologiji:



S. Zelenika

KEI 7.ppt

### 4. Posmične opruge:

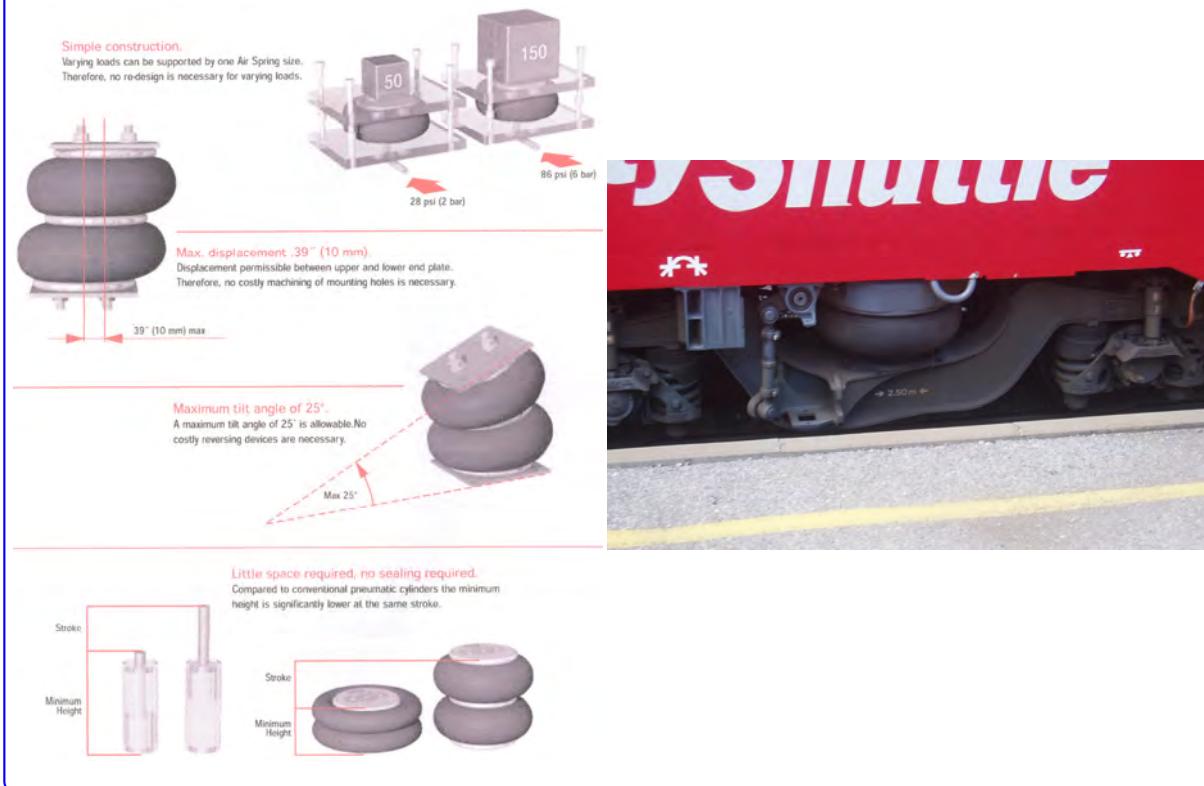


Slika 175. Osnovni oblici gumenih opruga  
a) opruga sa smičnim pločama; b) opruga sa smičnim tuljcima; c) tlačna opruga;  
d) uvojno-smična opruga; e) uvojno-smična opruga s pločama

S. Zelenika

KEI 7.ppt

## 5. "Zračne" opruge:



S. Zelenika

KEI 7.ppt

## Materijali za opruge:

Kaljivi ugljični čelici, Cr-čelici, Si-čelici, Si-Mn-čelici, Cr-V-čelici i nerđajući čelici.

Obojeni metali: mjeđ (CuZn), bronce i novo srebro (slitina Cu-Ni-Zn).

S. Zelenika

KEI 7.ppt

## Granica tečenja, vlačna čvrstoća i područje primjene materijala:

**Tablica 3.1.** Kvaliteta i primjeri uporabe toplo oblikovanih čelika za opruge prema DIN 17221, (HRN C.B0.551) [Čelici 38 Si 6, 46 Si 7 i 51 Si 7, (Č 2130, Č 2131 i Č 2132) za kaljenje u vodi, a ostali za kaljenje u ulju]

Vrsti čelika	Stanje obrade <sup>1)</sup>					Primjeri upotrebe	
	U	G	H + A				
	tvrdoča HB 30		$\sigma_T$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_M$ (N/mm <sup>2</sup> )	d5 %		
Kvalitetni čelici za srednja naprezanja	DIN 38 Si 6 HRN Č 2130	240	217	1050	1200	6	Elastični prsteni i ploče za osiguranje vijaka, tanjuraste opruge, opruge za kultivatore
	DIN 46 Si 7 HRN Č 2131	255	230	1100	1300	6	Stožaste opruge, lisnate opruge za vozila na tračnicama, tanjuraste opruge
	DIN 51 Si 7 HRN Č 2132	270	230	1100	1300	6	Lisnate opruge za vozila na tračnicama, naročito one koje su strojno zakaljene
	DIN 55 Si 7 HRN Č 2133	290	235	1100	1300	6	Lisnate opruge za vozila do 7 mm deblje, zavojne opruge, listovi lisnatih opruga, tanjuraste opruge
	DIN 65 Si 7 HRN Č 2331 HRN Č 2332	310	240	1100	1300	6	Lisnate opruge za vozila deblje od 7 mm, zavojne opruge, tanjuraste opruge
	DIN 60 Si Mn 5 HRN Č 2330	310	240	1050	1350	6	Lisnate opruge za vozila deblje od 7 mm, zavojne opruge, tanjuraste opruge, prstenaste opruge
Kvalitetni čelici za visoka naprezanja	DIN 66 Si 7 HRN Č 2134	> 310	240	1200	1400	6	Lisnate opruge, zavojne opruge, ravne torzijske opruge ≤ 25 mm promjera
	DIN 67 SiCr 5 HRN Č 4230	> 310	240	1350	1500	5	Zavojne opruge, uglavnom opterećene udarno, ravne torzijske opruge ≤ 40 mm promjera, ventilske opruge
	DIN 50 CrV 4 HRN Č 4830	> 310	235	1200	1350	5	Posebno visoko opterećene opruge za vozila, zavojne opruge, elastični prsteni, tanjuraste opruge, ravne torzijske opruge ≤ 40 mm promjera
	DIN 58 CrV 4 HRN Č 4831	> 310	235	1350	1500	6	Posebno visoko opterećene zavojne opruge i ravne torzijske opruge najvećih promjera

<sup>1)</sup> U = stanje valjanja, G = meko žareno, H + A = kaljeno i popušteno (Navedene su samo minimalne tvrdoće i čvrstoće).

[Decker: "Elementi strojeva", 1975 i 2006]

S. Zelenika

KEI 7.ppt

Tab. 14.1 Güteeigenschaften (Anhaltswerte) und Verwendungsbeispiele von warmgewalzten Stählen für vergütbare Federn zur Warmformgebung durch Prägen, Biegen oder Wickeln

Härtung	Stahlsorte nach DIN 17221	Behandlungszustand <sup>1)</sup>					Verwendungsbeispiele	
		U	G	H + A				
		Härte HV5	$R_e$ N/mm <sup>2</sup>	$R_m$ N/mm <sup>2</sup>	$A_S$ %			
Öl	Wasser	38Si7	240	217	1030	1180	6	Federringe und Federplatten für Schraubensicherungen, Spannmittel für den Oberbau
		54SiCr7	270	245	1130	1320	6	Blattfedern für Schienenfahrzeuge, Kegelfedern
		60SiCr7	310	255	1130	1320	6	Fahrzeugblattfedern, Schraubenfedern, Federplatten, Tellerfedern
	Edelstähle	55Cr3	> 310	248	1180	1370	6	Hochbeanspruchte Fahrzeugblattfedern, Schraubenfedern, Stabilisatoren
		50CrV4	> 310	241	1180	1370	6	Höchstbeanspruchte Blatt- und Schraubenfedern, Tellerfedern, Drehstabfedern (bis $d = 40$ mm), Stabilisatoren
		51CrMoV4	> 310	255	1180	1370	6	Höchstbeanspruchte Blatt- und Schraubenfedern, Drehstabfedern ( $d > 40$ mm)

<sup>1)</sup> U = unbehandelt (Walzzustand), G = weichgeglüht, H + A = gehärtet und angelassen. Es sind jeweils die Mindesthärten und -Festigkeitswerte angegeben.

[Decker: "Elementi strojeva", 2004]

S. Zelenika

KEI 7.ppt

*Tablica 1 Karakteristike materijala opruga*

	OZNAKA		VLAČNA ČVRSTOĆA $R_m$ N/mm <sup>2</sup>	PRIMJENA
	HRN	DIN		
Kvalitetni čelik	Č2130	38Si7	1200-1400	Tanjuraste opruge; elast. podloške
	Č2131	46Si7	1300-1500	Konične zavojne; tanjuraste; lisnate
	Č2133	55Si7	1300-1500 (1570)	Zavojne (d<10 mm); lisnate (s<7 mm) za vozila; konične
	Č2330	60SiMn5	1300-1500 (1665)	Zavojne; lisnate (s>7 mm); tanjuraste
	Č2134	66Si7	1300-1500	Lisnate; zavojne za željezničke vagone
Plemeniti čelik	Č4230	67SiCr5	1500-1700 (1865)	Udarno opt. opruge; ventilske opr.
	Č4830	50CrV4	1350-1700 (1665)	Torzijski štapovi; velika opterećenja
	Č4831	58CrV4	1350-1700 (1865)	Najviša opterećenja; zavojne; štapovi
Mjed	CuZn36 F70		~ 700	Opruge za posebne namjene; zaštita od korozije; manometri
Bronca	CuSn6F90		~ 900	

Neki legirani čelici imaju  $R_m$  i do 2450 N/mm<sup>2</sup>

[Ž. i G. Orlić: "Metalne opruge"]

S. Zelenika

KEI 7.ppt

Specifična sila i deformacije su kod vlaka i savijanja ovisne o  $E$ , a kod uvijanja o  $G$ :

*Tablica 2 Modul elastičnosti i modul smika materijala opruga*

MATERIJAL	MODUL ELASTIČNOSTI $E$ N/mm <sup>2</sup>	MODUL SMIKA $G$ N/mm <sup>2</sup>
Hladno vučena (patentirana) čel. žica: A, B, C, D, VD, FD (DIN 17723 T1)	206000	81500
Toplo valjani čelik: 55Cr3, 50CrV4 (DIN 17221)	200000	78500
Hladno valjane čelične trake: 55Si7 (DIN 17222)	206000	78500
Nehrdajući čelik: X12CrNi177 (DIN 17224)	180000	70000
Kositrena bronca: CuSn6F90 (DIN 17682)	115000	42000
Berilijeva bronca: CuBe2P95 (DIN 17682)	120000	47000
Mjed (Mesing): CuZn36F70 (DIN 17682)	112000	39000
Meka guma tvrdoće 40-70 Sh	2 – 8	0,4 – 1,4

[Ž. i G. Orlić: "Metalne opruge"]

S. Zelenika

KEI 7.ppt

## Okrugla žica za opruge (HRN C.B6.012 – DIN 17223):

Tab. 14.3 Runder Federstahldraht nach DIN 17223-1 und -2 (Auszug)

Bezeichnung	Kurz-zeichen	Durchmesser-bereich	Für Zug-, Druck-, Dreh- und Formfedern. Höhe der Beanspruchung
Patentiert gezogener Federdraht aus unlegierten Stählen	<b>A</b>	1 ... 10 mm	gering statisch, selten dynamisch
	<b>B</b>	0,3 ... 20 mm	mittel statisch, gering dynamisch
	<b>C</b>	2 ... 20 mm	hoch statisch, gering dynamisch
	<b>D</b>	0,07 ... 20 mm	hoch statisch, hoch dynamisch
Unlegierter Federstahldraht	<b>FD</b>	0,5 ... 17 mm	Federn, die im Zeitfestigkeitsgebiet arbeiten oder eine mäßige Dauerschwingbeanspruchung haben
Unlegierter Ventilfederstahldraht	<b>VD</b>	0,5 ... 10 mm	Für alle Federn mit hoher Dauerschwingbeanspruchung

[Decker: “Elementi strojeva”, 2004]

S. Zelenika

KEI 7.ppt

## Odgovarajuće vlačne čvrstoće $R_m$ (N/mm<sup>2</sup>):

Tab. 14.4 Mindestzugfestigkeit in N/mm<sup>2</sup> von rundem Federstahldraht DIN 17223-1 und -2 (Auszug)

$d$ mm	Drahtsorte					$d$ mm	Drahtsorte						
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>FD</b>	<b>VD</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>FD</b>	<b>VD</b>	
0,3	2370		2660				2,50	1460	1690	1900	1900	1670	1630
0,32	2350		2640				2,60	1450	1670	1890	1890	1640	1600
0,34	2330		2610				2,80	1420	1650	1860	1860	1620	1600
0,36	2310		2590				3,00	1410	1630	1840	1840	1620	1600
0,38	2290		2570				3,20	1390	1610	1820	1820	1600	1570
0,40	2270		2560				3,40	1370	1590	1790	1790	1580	1570
0,43	2250		2530				3,60	1350	1570	1770	1770	1550	1550
0,45	2240		2510				3,80	1340	1550	1750	1750	1550	1550
0,48	2220		2490				4,00	1320	1530	1740	1740	1550	1550
0,50	2200		2480	1900	1850		4,25	1310	1510	1710	1710	1540	1550
0,53	2180		2460	1900	1850		4,50	1290	1500	1690	1690	1520	1550
0,56	2170		2440	1900	1850		4,75	1270	1480	1680	1680	1500	1540
0,60	2140		2410	1900	1850		5,00	1260	1460	1660	1660	1500	1540
0,63	2130		2390	1900	1850		5,30	1240	1440	1640	1640	1470	1520
0,65	2120		2380	1900	1850		5,60	1230	1430	1620	1620	1470	1520
0,70	2090		2360	1900	1850		6,00	1210	1400	1590	1590	1460	1520
0,75	2070		2330	1900	1850		6,30	1190	1390	1570	1570	1440	1470
0,80	2050		2310	1900	1850		6,50	1180	1380	1560	1560	1440	1470
0,85	2030		2290	1860	1850		7,00	1160	1350	1540	1540	1430	1470
0,90	2010		2270	1860	1850		7,50	1140	1330	1510	1510	1400	1420
0,95	2000		2250	1860	1850		8,00	1120	1310	1490	1490	1400	1420
1,00	1720	1980	2230	1810	1850	8,50	1110	1290	1470	1470	1380	1390	
1,05	1710	1960	2210	1810	1750	9,00	1090	1270	1450	1450	1360	1390	
1,10	1690	1950	2200	1810	1750	9,50	1070	1260	1430	1430	1360	1390	
1,20	1670	1920	2170	1810	1750	10,00	1060	1240	1410	1410	1360	1390	
1,25	1660	1910	2150	1810	1750	10,50		1220	1390	1390	1320		
1,30	1640	1900	2140	1790	1700	11,00		1210	1380	1380	1320		
1,40	1620	1870	2110	1790	1700	12,00		1180	1350	1350	1320		
1,50	1600	1850	2090	1760	1700	12,50		1170	1330	1330	1280		
1,60	1590	1830	2060	1760	1700	13,00		1160	1320	1320	1280		
1,70	1570	1810	2040	1720	1670	14,00		1130	1290	1290	1280		
1,80	1550	1790	2020	1720	1670	15,00		1110	1270	1270	1270		
1,90	1540	1770	2000	1720	1670	16,00		1090	1240	1240	1250		
2,00	1520	1760	1980	1720	1670	17,00		1070	1220	1220	1250		
2,10	1510	1740	1970	1670	1630	18,00		1050	1200	1200			
2,25	1490	1720	1940	1670	1630	19,00		1030	1180	1180			
2,40	1470	1700	1920	1670	1630	20,00		1020	1160	1160			

[Decker: “Elementi strojeva”, 2004]

S. Zelenika

KEI 7.ppt

**Tablica 4 Kvalitet žice i njezina vlačna čvrstoća**

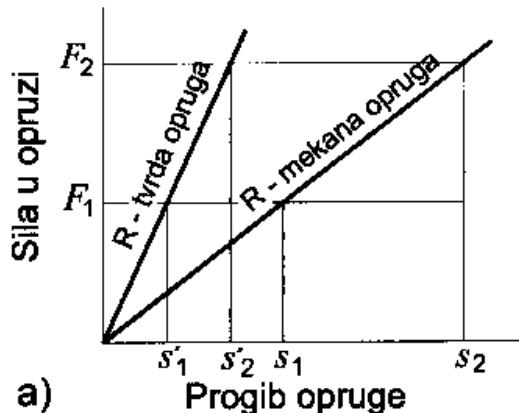
Kvaliteta žice	Primjena	Promjer $d$ mm	Vlačna čvrstoća $R_m$ (min) N/mm <sup>2</sup>
A	Vlak, tlak s manjim statičkim ili rijetkim dinamičkim opterećenjem	1 .. 10	$R_m = 1720 - 660 \cdot \lg d$
B	Vlak, tlak, sa srednjim statičkim i manjim dinamičkim opterećenjem	0,3 .. 20	$R_m = 1980 - 740 \cdot \lg d$
C	Vlak, tlak, visoka statička ili manja din.opterećenja	2 .. 20	$R_m = 2220 - 820 \cdot \lg d$
D	Vlak, tlak, visoka statička ili srednja din. opterećenja	0,2 .. 20	$R_m = 2220 - 820 \cdot \lg d$
FD	Nelegirani čelik za pretežno statička opterećenja	0,5 .. 17	$R_m = 1846 - 480 \cdot \lg d$
VD	Ventilska žica (nelegirana) za visoka din. opterećenja	0,5 .. 10	$R_m = 1800 - 415 \cdot \lg d$

[Ž. i G. Orlić: "Metalne opruge"]

## **Karakteristika (krutost, "tvrdoća") opruga:**

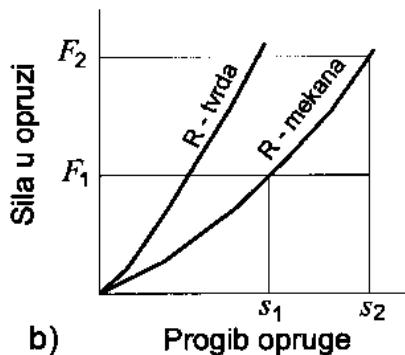
Ovisnost progiba (puta  $s$ ) o opterećenju (sili  $F$ )

1) Opruge s linearnom karakteristikom:

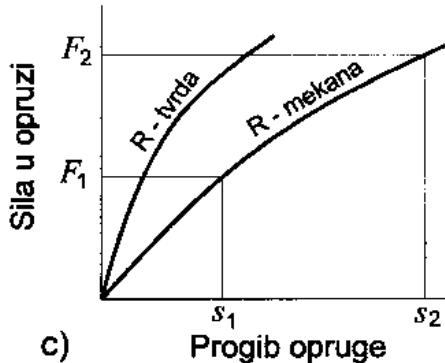


$$R = \frac{F}{S} \quad (N/m; N/mm)$$

## 2) Opruge s progresivnom karakteristikom :



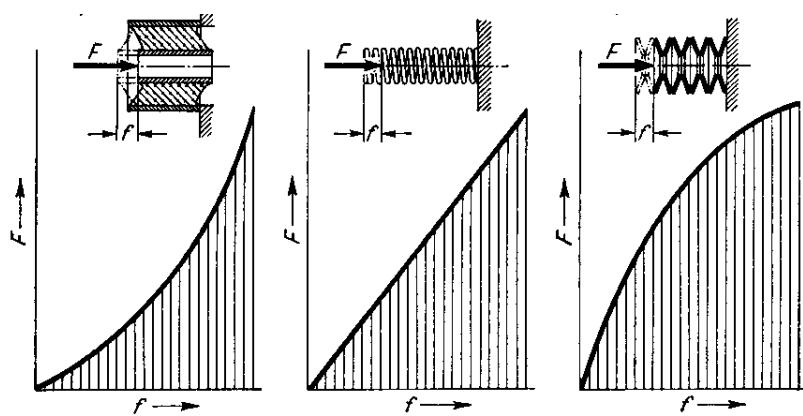
## 3) Opruge s degresivnom karakteristikom:



S. Zelenika

KEI 7.ppt

Rad koji opruga akumulira prilikom deformacije:



Kod linearne karakteristike:

$$W(J; Nmm) = \frac{Fs}{2} = \frac{Rs^2}{2} = \frac{F^2}{2R}$$

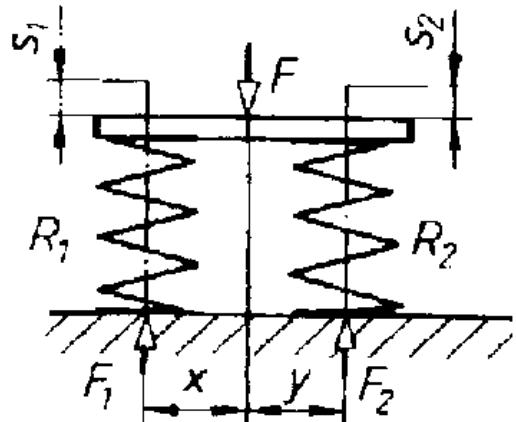
S. Zelenika

KEI 7.ppt

## Spajanje opruga:

*Paralelni spoj opruga:*

Opruge podvrgnute istom progibu  $s$ , sila  $F$  se dijeli na  $F_1, F_2, \dots$



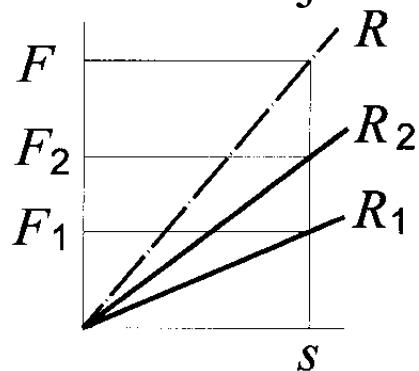
$$S_1 = S_2 = S_i = s$$

$$F_1 = R_1 s \quad F_2 = R_2 s \quad F_i = R_i s$$

$$F = F_1 + F_2 + \dots = (R_1 + R_2 + \dots)s = R s$$

$$\Rightarrow R = R_1 + R_2 + \dots = \sum_i R_i$$

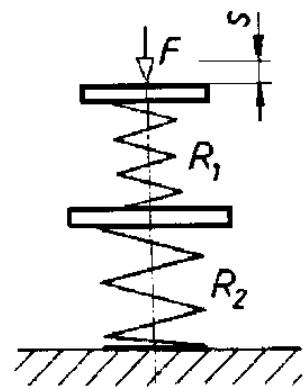
Dobiva se **tvrda** kombinacija:



*Serijski spoj opruga:*

$F$  djeluje na svaku oprugu u spoju koja se, ovisno o svojoj krutosti  $R_i$ , različito deformira:

$$F = F_1 = F_2 = F_i$$



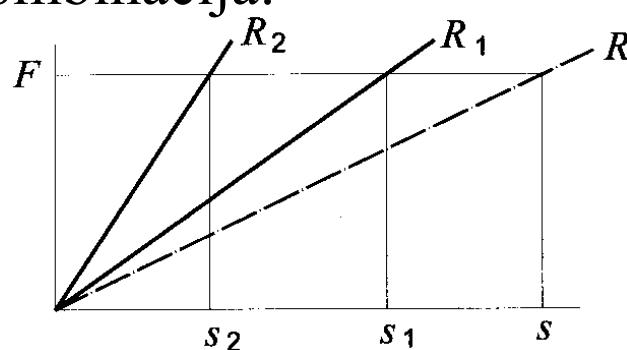
$$s = s_1 + s_2 + \dots = \frac{F}{R_1} + \frac{F}{R_2} + \dots$$

$$s = F \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \right) = \frac{F}{R}$$

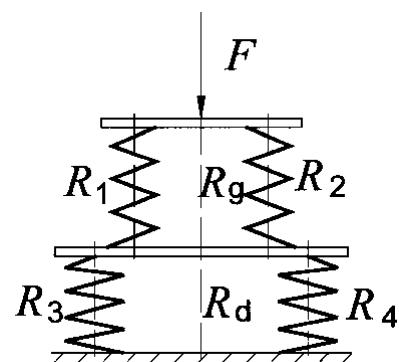
$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

## Mekana kombinacija:



## Kombinirani spoj opruga:



$$R_g = R_1 + R_2 \quad R_d = R_3 + R_4$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_d} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}$$

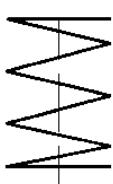
$$R = \frac{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}}{\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_d}} = \frac{R_g R_d}{R_g + R_d}$$

Rezultat je sistem male krutosti:

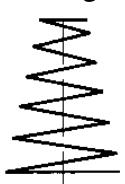
$$R < R_g \quad R < R_d$$

## Zavojne torzijske opruge:

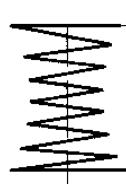
Po obliku se dijele na:



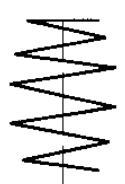
cilindrične



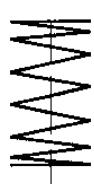
konične



dvostruko kon.

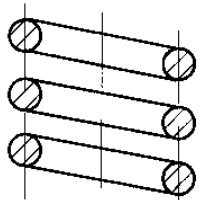


bačvaste

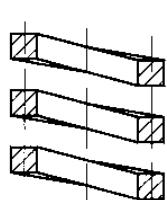


s nejednolikim korakom

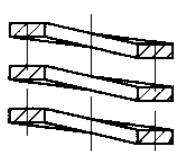
dok se po obliku žice koja se koristi za izradu dijele na:



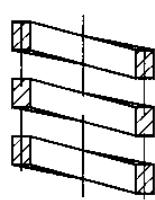
kružni presjek



kvadratni presjek



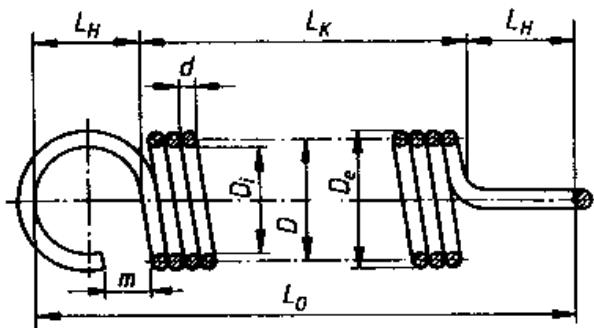
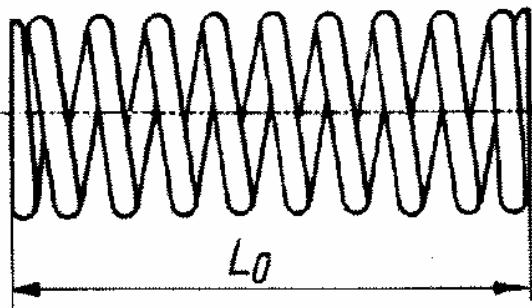
pravokutni položeni



pravok.uspravnii

Prema smjeru motanja žice: desnovojne i lijevovojne.

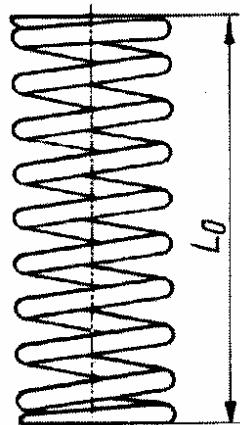
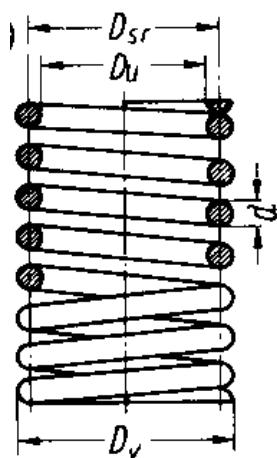
S obzirom na smjer djelovanja sile mogu biti tlačne i vlačne:



S. Zelenika

KEI 7.ppt

Najčešće su cilindrične zavojne torzijske tlačne opruge s kružnim presjekom žice od koje su izrađene:



$d \leq 10 \text{ mm} \rightarrow$  hladno namatanje  
 $d = 10 \dots 17 (20) \text{ mm} \rightarrow$  hladno ili toplo namatanje (ovisno o materijalu, tehnologiji izrade i veličini opterećenja);  
 $d > 17 \text{ mm} \rightarrow$  toplo namatanje.

S. Zelenika

KEI 7.ppt

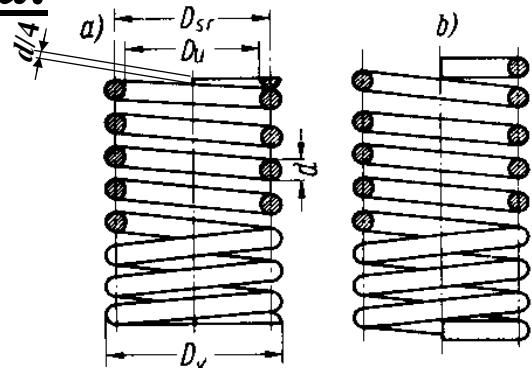
Odnos promjera žice  $d$  i srednjeg promjera opruge  $D_{sr} = D$ :

$$w = \frac{D}{d}$$

$w = 4 \dots 20 \rightarrow$  hladno namatanje

$w = 3 \dots 12 \rightarrow$  toplo namatanje

### Tlačne cilindrične zavojne torzijske opruge s žicom kružnog presjeka:



S. Zelenika

KEI 7.ppt

Preporuča se da završeci navoja budu na suprotnim stranama te da uvijek ima ukupno 4,5, 5,5, 6,5 ... navoja.

Od ukupnog broja navoja  $n_t$  u deformaciji sudjeluju samo aktivni navoji  $n$ :

- hladno oblikovane opruge:  $n_t = n + 2 \quad n \geq 2$
- toplo oblikovane opruge:  $n_t = n + 1,5 \quad n \geq 3$

S. Zelenika

KEI 7.ppt

Najmanji ukupni razmak (zračnost)  $s_a$  između aktivnih navoja smije iznositi:

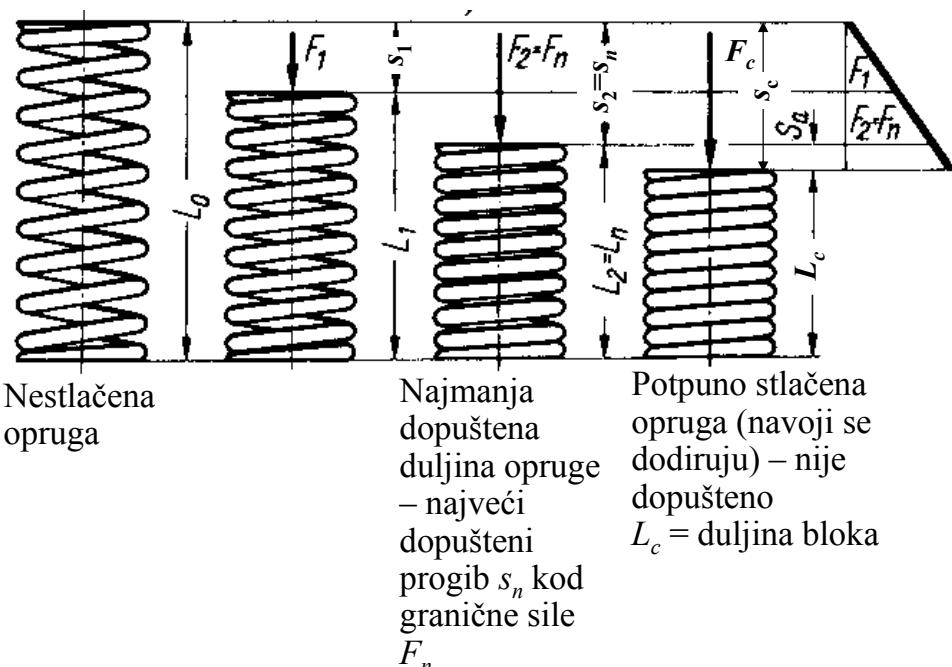
- hladno oblikovanje:

$$s_a = \left( 0,0015 \frac{D^2}{d} + 0,1d \right) n \quad (mm)$$

- toplo oblikovanje:

$$s_a = 0,02(D + d)n \quad (mm)$$

Dinamička opterećenja:  $s_a$  treba za hladno oblikovanje množiti s 1,5, a za toplo oblikovanje s 2.



Duljina potpuno stlačene opruge:

$$L_c \leq k_n d$$

gdje je

$k_n = n_t$  - hladno oblikovane opruge s priljubljenim i brušenim krajevima

$k_n = n_t + 1,5$  - hladno obl. opruge s priljubljenim i neobrađenim krajevima

$k_n = n_t - 0,3$  - toplo obl. opruge s priljubljenim i poravnatim krajevima

$k_n = n_t - 1,1$  - toplo obl. opruge s neobrađenim odrezanim krajevima

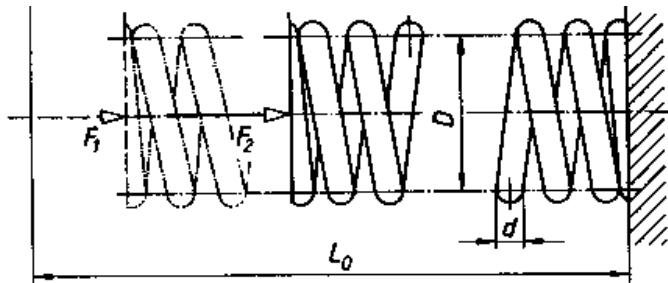
Duljina opruge pri progibu  $s_n$  (najmanja dopuštena duljina opterećene opruge):

$$L_n = L_c + s_a$$

Duljina slobodne (neopterećene) opruge:

$$\begin{aligned} L_0 &= L_c + s_c = \\ &= L_c + s_n + s_a = \\ &= L_n + s_n \end{aligned}$$

## Proračun tlačnih cilindričnih zavojnih torzijskih opruga s žicom kružnog presjeka:



Žica je opterećena:

$$T = F D / 2$$

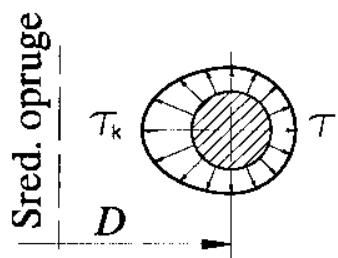
Polarni moment otpora za žicu kružnog poprečnog presjeka

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

tangencijalno naprezanje:

$$\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{8DF}{\pi d^3}$$

Uslijed zakrivljenosti žice:

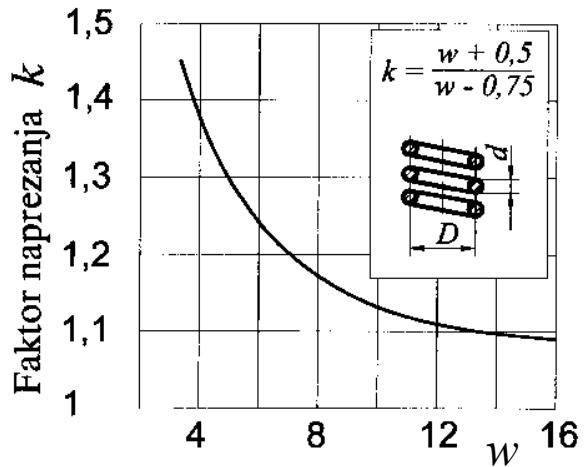


Kod dinamički opterećenih opruga i kod statički opterećenih opruga sa  $w = D/d < 6 \Rightarrow k$  – faktor povećanja naprezanja:

$$\tau_k = k \tau$$

$$k = 1 + \frac{5}{4w} + \frac{7}{8w^2} + \frac{1}{w^3}$$

$$k \approx \frac{w+0,5}{w-0,75}$$



S. Zelenika

KEI 7.ppt

Kod torzije je deformacija:

$$\hat{\phi} = \frac{Tl}{GI_p}$$

uz  $G$  (N/mm<sup>2</sup>) – modul smicanja, i  $I_p$  (m<sup>4</sup>) – polarni moment tromosti

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad I_p = \frac{d^4 \pi}{32}$$

Duljina žice koja sudjeluje u deformaciji :

$$l = D\pi n$$

S. Zelenika

KEI 7.ppt

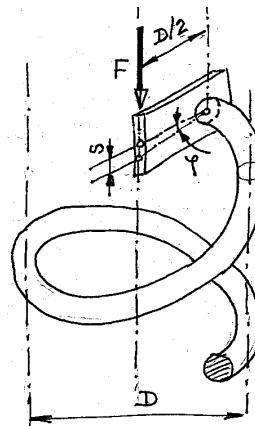
Deformacija se onda može izraziti:

$$\hat{\phi} = \frac{F \frac{D}{2} D \pi n}{\frac{d^4 \pi}{32} G} = \frac{16 F D^2 n}{d^4 G}$$

Za mali kut  $\varphi$  je progib opruge dan izrazom

$$s = \hat{\phi} \frac{D}{2} = \frac{8 D^3 n}{d^4 G} F$$

$$= \frac{8 D^3 n}{d^4 G} \frac{\pi d^3}{8 D} \tau = \frac{\pi D^2 n}{G d} \tau$$



S. Zelenika

KEI 7.ppt

Krutost opruge je onda:

$$R = \frac{F}{s} = \frac{G d^4}{8 D^3 n}$$

Općenito je progib:

$$s = \frac{F}{R}$$

Pri promjeni sile opterećenja od  $F_1$  do  $F_2$ , hod opruge je:

$$s_h = \frac{F_2 - F_1}{R}$$

S. Zelenika

KEI 7.ppt

Potreban broj aktivnih navoja žice:

$$n = \frac{Gd^4 s}{8D^3 F} = \frac{Gd^4}{8D^3 R}$$

Naprezanje u žici opruge :

$$\tau = \frac{Gds}{\pi D^2 n}$$

*Dopuštena naprezanja za tlačne opruge:*

$N \leq 10.000$  promjena opterećenja ili  $f < 10/\text{min}$ :  $\Rightarrow$  staticko opterećenje; inače: dinamičko opterećenje.

## 1. Statičko opterećenje:

### 1.1. Hladno oblikovane opruge:

$$s_c = L_0 - L_c$$

$$F_c = R s_c$$

$$\tau_c = k \frac{8D}{\pi d^3} F_c \leq \tau_{c\,dop} = 0,56 R_m$$

### 1.2. Toplo oblikovane opruge:

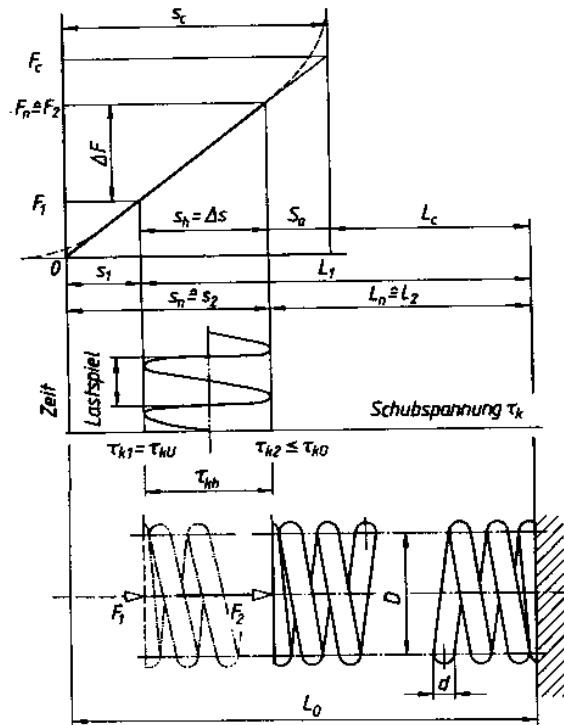
Ne uzima se u obzir faktora  $k$ :

$d$ (mm)	10	20	30	40	50	60
$\tau_{c\,dop}$ (N/mm <sup>2</sup> )	925	840	790	760	735	720

## 2. Dinamičko opterećenje:

$$\tau_{k1} = k \frac{8D}{\pi d^3} F_1$$

$$\tau_{k2} = k \frac{8D}{\pi d^3} F_2$$



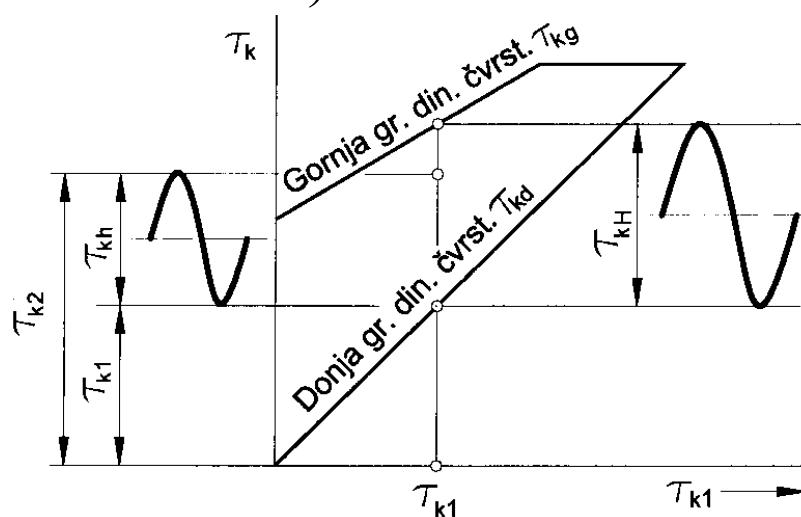
S. Zelenika

KEI 7.ppt

## Amplitudno naprezanje:

$$\tau_{kh} = \tau_{k2} - \tau_{k1} \leq \tau_{kH}$$

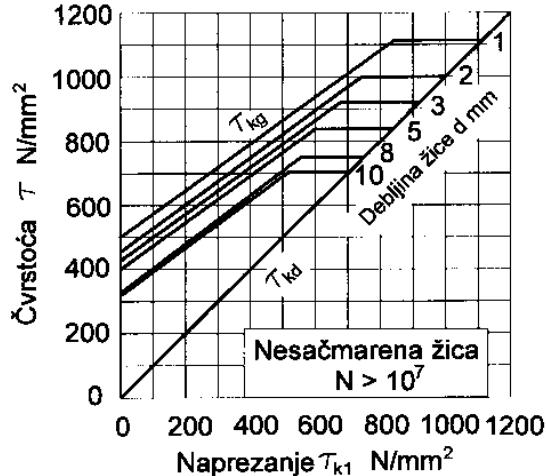
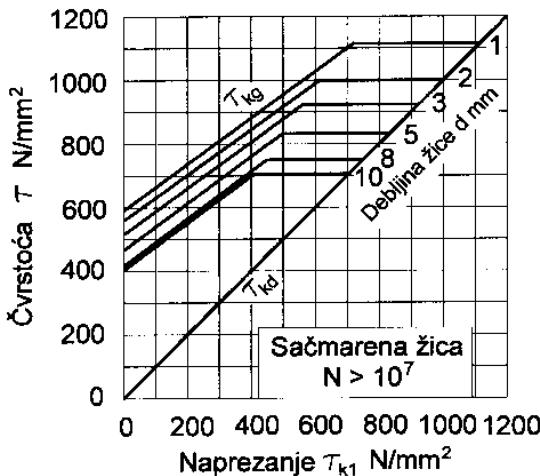
$\tau_{kH}$  – radna dinamička čvrstoća opruge  
(dinamička čvrstoća radnog hoda = amplituda dinamičke čvrstoće):



S. Zelenika

KEI 7.ppt

$\tau_{k1}$  se izjednačuje s  $\tau_{kd}$  za koji se kontrolira da li je promjena naprezanja manja od trajne dinamičke čvrstoće hoda opruge  $\tau_{kH}$ . Budući da se čvrstoća opruge povećava (i do 30%) sačmarenjem:



[Ž. i G. Orlić: "Metalne opruge"]

S. Zelenika

KEI 7.ppt

Za određivanje čvrstoće radnog hoda mogu se koristiti i približni izrazi:

$$\tau_{kH} \approx \tau_F - 0,3\tau_{k1}$$

$\tau_F$  – čvrstoća kod istosmjernog opterećenja (očitana na ordinati uz  $\tau_{k1} = 0$ ).

Za tlačno opterećene opruge se  $\tau_F$  ( $\text{N/mm}^2$ ) može očitati iz tablica:

	Debljina žice $d$ mm					
	1	2	3	5	8	10
Sačmarena žica, $N = 10^6$ promjena opterećenja	710	660	610	570	530	500
Sačmarena žica, $N \geq 10^7$ promjena opterećenja	590	550	510	470	430	400
Nesačmarena žica, $N \geq 10^7$ promjena opterećenja	500	460	430	400	340	330

→ za opruge kvalitete C i D

S. Zelenika

KEI 7.ppt

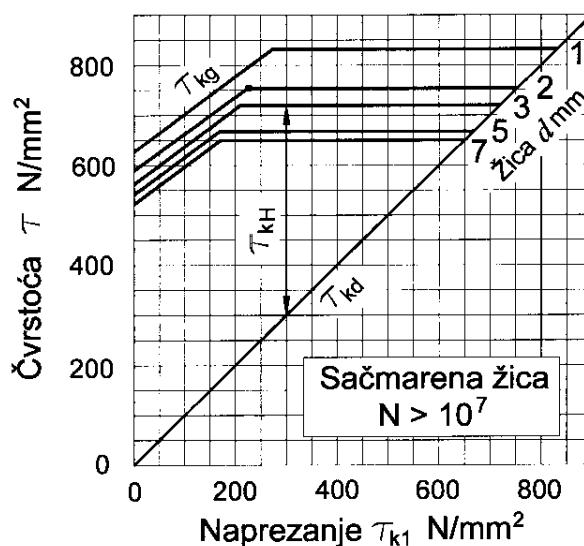
Materijal	Čvrstoća tj. naprezanje	Promjer žice $d$ (mm)												
		1	2	3	4	5	6	7	8	10	15	25	35	50
C, D	$\tau_F$ sačmarenog	590	550	510		470			430	400				
	$\tau_F$ nesačm.	500	460	430		400			340	330				
	$\tau_{k2\ dop}$	1115	990	920		830			745	705				
FD	$\tau_F$ sačmarenog	500	440	420		390			360	360				
	$\tau_F$ nesačm.	370	340	330		300			260	260				
	$\tau_{k2\ dop}$	880	810	760		700			630	630				
VD	$\tau_F$ sačmarenog	630	590	570		540		530						
	$\tau_F$ nesačm.	530	490	450		410		390						
	$\tau_{k2\ dop}$	835	760	715		670		650						
Plemeniti Č za toplo obl. opruge HRN C.B0.551	$\tau_F$ sačmarenog									760	670	590	520	430
	$\tau_F$ nesačm.									640	550	470	410	330
	$\tau_{k2\ dop}$									890	830	780	740	690
Nerđajući čelik	$\tau_F$	490	440	390	330		330							
	$\tau_{k2\ dop}$	1000	900	800	750		700							

Čvrstoća  $\tau_F$  (N/mm<sup>2</sup>) i dopušteno naprezanje  $\tau_{k2\ dop}$  (N/mm<sup>2</sup>) materijala za opruge

S. Zelenika

KEI 7.ppt

Za poboljšani čelik za ventilske opruge (VD) je dijagram čvrstoće za sačmarene opruge:

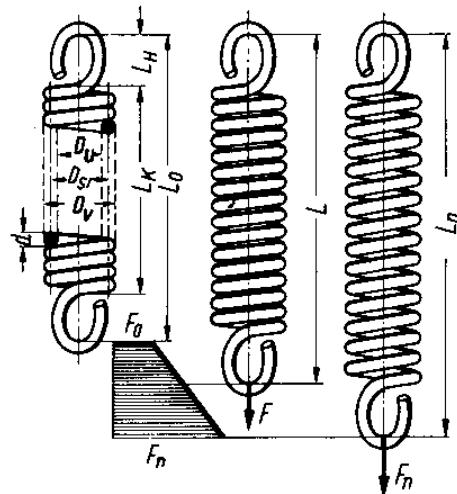


Duge (vitke – veliki odnos  $L_0/D$ ) tlačno opterećene opruge treba kontrolirati i na izvijanje, posebno ako je opterećenje ekscentrično.

S. Zelenika

KEI 7.ppt

## Vlačne cilindrične zavojne torzijske opruge s žicom kružnog presjeka:

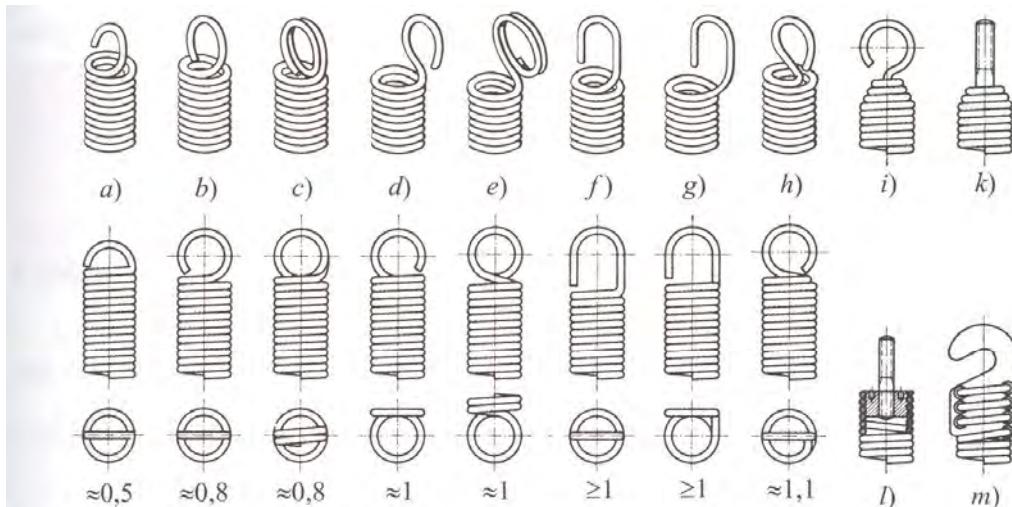


Hladno oblikovane opruge se namataju s predopterećenjem  $F_0$ . Do razdvajanja navoja dolazi tek pri opterećenju  $> F_0$ .

S. Zelenika

KEI 7.ppt

### Razmak na ušici $L_H$ ovisi o obliku ušice



Slika 3.19. Oblici ušica vlačnih opruga prema DIN 2097 (brojevi označuju odnos  $L_H/D_u$ )

- a) polovična njemačka ušica;
- b) cijela njemačka ušica;
- c) dvostruka njemačka ušica;
- d) cijela njemačka ušica sa strane dignuta;
- e) njemačka dvostruka ušica sa strane dignuta;
- f) kuglasta ušica;
- g) kukasta ušica sa strane dignuta;
- h) engleska ušica;
- i) kuka uvaljana;
- k) svornjak s navojem uvaljan;
- l) čep s navojem uvijen;
- m) plosnata ušica uvijena

[Decker: "Elementi strojeva", 2006]

S. Zelenika

KEI 7.ppt

U općem slučaju je

$$L_K = (n_t + 1)d$$

a duljina neopterećene opruge je onda

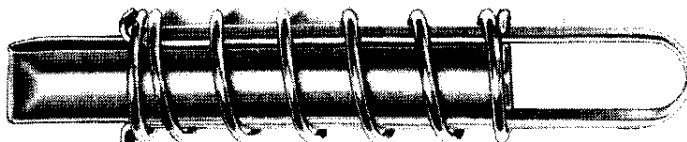
$$L_0 = L_K + 2L_H$$

Konačno,  $L_n$  je najveća dopuštena duljina vlačne opruge – ona pri kojoj se postiže naprezanje  $\tau_{dop}$ .

Pri statičkom opterećenju je naprezanje:

$$\tau = k \frac{8D}{\pi d^3} F < \tau_{dop}$$

Na dinamičku čvrstoću vlačne opruge bitno utječe oblik ušice i pouzdanih podataka nema  
⇒ dinamički opterećene vlačne opruge treba izbjegavati i pretvarati u tlačne:



Krutost je (kao i kod tlačne opruge):

$$R = \frac{Gd^4}{8D^3n}$$

Za opruge bez preopterećenja je progib  $s = F/R$  a za one s preopterećenjem  $s = (F - F_0)/R$  (tj. krutost je  $R = (F - F_0)/s$ ).

*Dopuštena naprezanja za vlačne opruge:*

Hladno oblikovane opruge (pri najvećoj sili koja se javlja u opruzi):

$$\tau_{dop} \approx 0,45R_m$$

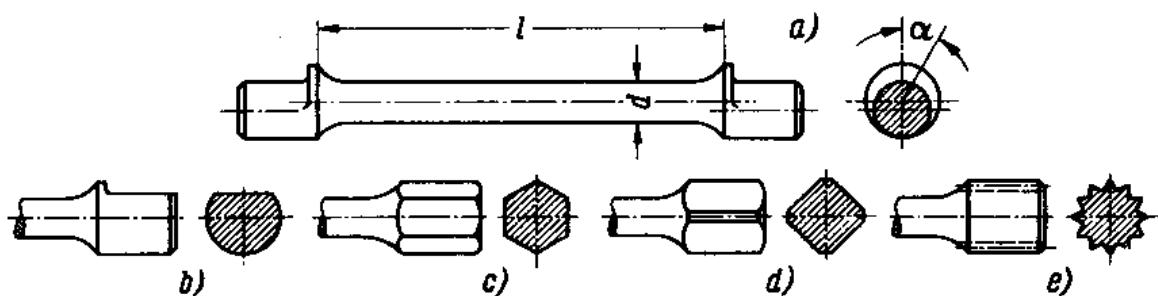
Kod toplo oblikovanih opruga (namatanje s preopterećenjem nije moguće):

$$\tau_{dop} \approx 600 \text{ MPa}$$

Vlačne opruge su rijetko opterećene dinamički. Ako jesu, opet se uzima u obzir faktor  $k$ .

## Ravni torzijski štapovi:

Struk opruge je stanjen, a krajevi mogu biti različiti:



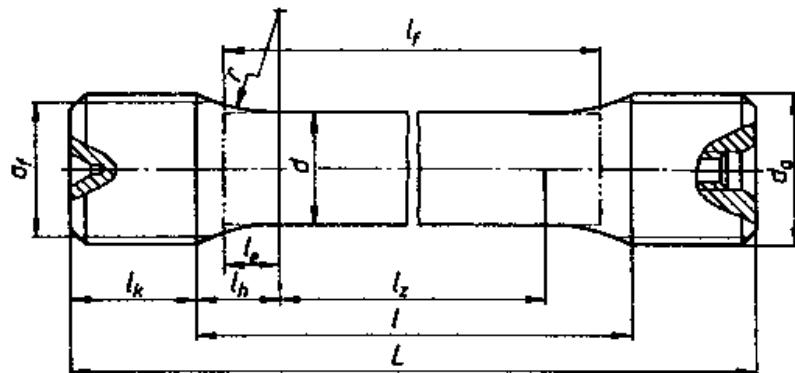
Slika 167. Ravna torziona opruga s raznim završecima za upinjanje  
a) ekscentar; b) plosnati dio; c) šesterokut; d) četverokut; e) trokutast profil

$$\tau_t = \frac{T}{W_p} = \frac{16T}{\pi d^3} \leq \tau_{t \text{ dop}}$$

## Kut uvijanja:

$$\hat{\phi} \text{ (rad)} = \frac{Tl_f}{GI_p} = \frac{32Tl_f}{G\pi d^4}$$

$l_f$  – efektivna duljina dijela štapa koji sudjeluje u uvijanju (“opružna duljina”):



vidjeti [Ž. i G. Orlić: “Metalne opruge”]

S. Zelenika

KEI 7.ppt

## Krutost torzijskog štapa:

$$R = \frac{T}{\hat{\phi}} = \frac{G\pi d^4}{32l_f} \left( \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \right)$$

Za materijale prema HRN C.B0.551 (kvalitetni i plemeniti čelici) su dopuštena naprezanja:

- statičko opterećenje:

$$\tau_{t \text{ dop}} = 700 \text{ N/mm}^2$$

- pretordirani štapovi:

$$\tau_{t \text{ dop}} = 1020 \text{ N/mm}^2$$

S. Zelenika

KEI 7.ppt

- dinamičko opterećenje:

- amplitudno naprezanje:

$$\tau_k = \tau_2 - \tau_1 \leq \tau_H$$

- dinamička čvrstoća hoda opruge:

$$\tau_{kH} \approx \tau_F - 0,3\tau_1$$

$\tau_2 \leq \tau_{2dop} = 1020 \text{ N/mm}^2$  za pretordirane štapove

Tablica 60. Orientacione vrijednosti za dopuštena torziona naprezanja ( $\text{N/mm}^2$ ) opruga od okruglih šipki 50 Cr V 4, (Č. 4830)

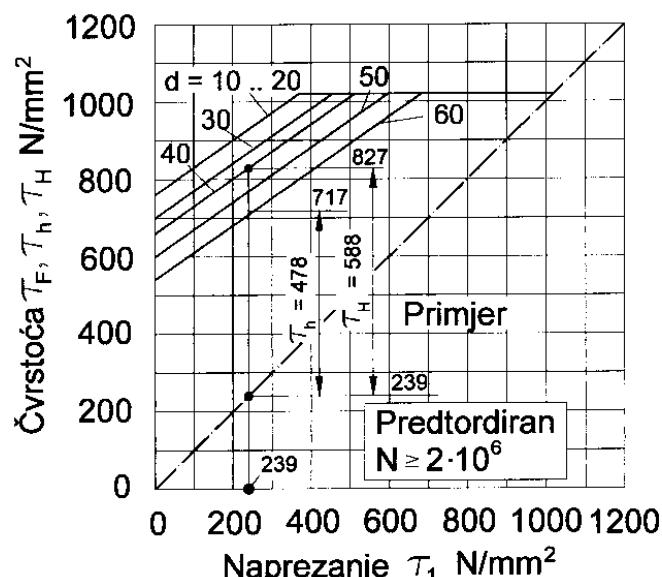
Površina	Opterećenje	$\tau_{dop}$ za $d$ mm				
		20	30	40	50	60
brušena	promjenljivo jednosmjerno	200 400	190 380	180 360	140 280	90 180
tlaćena	promjenljivo jednosmjerno	300 600	290 580	260 520	250 500	190 380

[Decker: "Elementi strojeva", 1975 i 2006.]

$d$ (mm)	10 ... 20	30	40	50	60
$\tau_F$ ( $\text{N/mm}^2$ )	760	700	660	600	540

za  $N \geq 2 \cdot 10^6$

[Decker: "Elementi strojeva", 2004]



[Ž. i G. Orlić:  
"Metalne opruge"]

## PITANJA?

## Što smo naučili

- Definicija opruge.
- Zašto se opruge koriste.
- Podjela prema vrsti naprezanja u materijalu (torzijske, fleksijske, vlačno-tlačne, posmične, zračne, prstenaste, ...).
- Materijali za opruge.
- Karakteristike opruga (lineарне, прогресивне, дегресивне).
- Paralelni, serijski i kombinirani spoj opruga.

## **Što smo naučili (2)**

- Tlačne zavojne torzijske opruge, njihov proračun i dopuštena naprezanja kod statičkog i dinamičkog opterećenja.
- Vlačne zavojne torzijske opruge i njihov proračun.
- Ravni torzijski štapovi, njihov proračun i dopušteno naprezanje kod statičkog i dinamičkog opterećenja.